Bladzijde 191

6 **a** Het diagram heet een spreidingsdiagram.
b Hij heeft 1560 wedstrijden gespeeld.
c Nee, dat is niet het geval. Het middelste punt op de horizontale as komt niet overeen met het middelste punt op de verticale as.
d Het gaat om de twee meest linker punten in het diagram, omdat dit spelers zijn die veel punten hebben behaald in weinig wedstrijden.
Het verschil in wedstrijden is $1070 - 1040 = 30$.
e $1995 - 1976 = 19$ seizoenen. Hij speelde dus $19 \cdot 70 = 1330$ wedstrijden.
Hij staat op de 7e plek.

7 **a** 1 Alleen studenten die website van het USC bezoeken doen mee. Dat zijn veelal sportende studenten.
2 Alleen studenten die graag hun mening geven doen mee.
3 De ondervraagde jongeren zijn misschien niet allemaal studenten.
b nominaal: Welke sport beoefen je?
ordinaal: In welk team speel je?
ratio: Hoe laat begint je training?
interval: Hoeveel uur heb je al getraind sinds de start van het seizoen?

Bladzijde 192

8 **a** De beoordeling is kwalitatief.
b Stel dat de helft van de beoordelingen 'helemaal oneens' is en de andere helft 'helemaal eens' dan zou het gemiddelde 'acceptabel' zijn. Dat is dan niet in overeenstemming met de beoordelingen.
c De modus kan goed worden gebruikt.
d In totaal hebben $0{,}4 \cdot 300 = 120$ personen die optie gekozen.

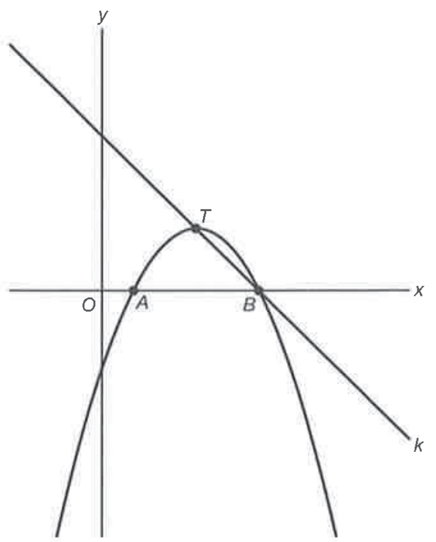
9 **a** De kwartielafstand is $10 - 5 = 5$. De spreidingsbreedte is $24 - 0 = 24$.
Dat is $\frac{5}{24} \times 100\% \approx 20{,}8\%$.
b Het geschatte verschil met het streefgewicht is
$0{,}25 \cdot 2{,}5 + 0{,}25 \cdot 6{,}5 + 0{,}25 \cdot 9 + 0{,}25 \cdot 17 = 8{,}75$ gram.
De schatting van Mitchel is een redelijke.
c Diagram 2, want de cumulatieve relatieve frequentie 50% komt daarin overeen met ongeveer 8 gram en dat is de mediaan die bij de boxplot hoort.

Bladzijde 193

10 Omdat de rechter bepaalde wie een taakstraf kreeg en wie een gevangenisstraf, zijn de taakstraffen niet willekeurig toegekend.
Waarschijnlijk is al bij het toekennen van de taakstraf rekening gehouden met de kans op recidive.
Er is dus een andere variabele die het genoemde verband veroorzaakt.

6 Machtsverbanden

11 **a** Voer in $y_1 = -0{,}5x^2 + 3x - 2{,}5$.



b De optie maximum geeft $x = 3$ en $y = 2$.
Dus het maximum is 2.

c De optie zero (TI) of ROOT (Casio) geeft $x = 1$ en $x = 5$.
k door $B(5, 0)$ en $T(3, 2)$.
Stel k: $y = ax + b$

$$a = \frac{2-0}{3-5} = -1$$

$$\left.\begin{array}{l} y = -x + b \\ \text{door } B(5, 0) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -5 + b = 0 \\ b = 5 \end{array}$$

Dus k: $y = -x + 5$ en $C(0, 5)$.

d $x = 2$ en $y = -x + 5$ geeft $y = -2 + 5 = 3$, dus $P(2, 3)$.
$x = 2$ en $y = -0{,}5x^2 + 3x - 2{,}5$ geeft $y = 1{,}5$, dus $Q(2; 1{,}5)$.
De lengte van het lijnstuk PQ is $3 - 1{,}5 = 1{,}5$.

12 **a** $R = pq = (-0{,}4q + 36)q = -0{,}4q^2 + 36q$

b Voer in $y_1 = -0{,}4x^2 + 36x$.
De optie maximum geeft $x = 45$ en $y = 810$.
De maximale opbrengst is 810 euro.

c $K = 12q + 100$

$$\begin{aligned} W = R - K &= -0{,}4q^2 + 36q - (12q + 100) \\ &-0{,}4q^2 + 36q - 12q - 100 \\ &-0{,}4q^2 + 24q - 100 \end{aligned}$$

d Voer in $y_1 = -0{,}4x^2 + 24x - 100$.
De optie maximum geeft $x = 30$ en $y = 260$.
De maximale winst is 260 euro.
$q = 30$ geeft $p = -0{,}4 \cdot 30 + 36 = 24$
De bijbehorende prijs is 24 euro.

Bladzijde 194

13 **a** Uit de figuur volgt dat lengte schrikdraad $= AB + x + x - 4$.
Dus er geldt $AB + x + x - 4 = 40$

$$AB = -2x + 44$$

b $O = AB \cdot x = (-2x + 44)x = -2x^2 + 44x$

c Voer in $y_1 = -2x^2 + 44x$.
De optie maximum geeft $x = 11$ en $y = 242$.
De grootst mogelijke oppervlakte is 242 m^2.

14 **a** $y_1 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 4$

$\downarrow$ verschuiving (2, 6)

$$\begin{aligned} y_2 &= \tfrac{1}{2}(x - 2 - 3)^2 + 4 + 6 = \tfrac{1}{2}(x-5)^2 + 10 \\ &= \tfrac{1}{2}(x^2 - 10x + 25) + 10 = \tfrac{1}{2}x^2 - 5x + 12\tfrac{1}{2} + 10 \end{aligned}$$

Dus $y_2 = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 22\frac{1}{2}$.

b $y_1 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 4$

$\downarrow$ vert. herschaling factor 3

$$y = 3\left(\tfrac{1}{2}(x-3)^2 + 4\right) = 1\tfrac{1}{2}(x-3)^2 + 12$$

$\downarrow$ verschuiving (-4, -2)

$$\begin{aligned} y_3 &= 1\tfrac{1}{2}(x + 4 - 3)^2 + 12 - 2 = 1\tfrac{1}{2}(x+1)^2 + 10 \\ &= 1\tfrac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + 10 = 1\tfrac{1}{2}x^2 + 3x + 1\tfrac{1}{2} + 10 \end{aligned}$$

Dus $y_3 = 1\frac{1}{2}x^2 + 3x + 11\frac{1}{2}$.

© Noordhoff Uitgevers bv

c $y_1 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 4$

$\downarrow$ verschuiving (a, b)

$y_4 = \frac{1}{2}(x-a-3)^2 + 4 + b$

De top is (8, -2), dus $a + 3 = 8$ en $4 + b = -2$.

Dit geeft $a = 5$ en $b = -6$.

d $y_1 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 4$

$\downarrow$ verschuiving (c, c)

$y = \frac{1}{2}(x-c+3)^2 + 4 + c$

$\downarrow$ vert. herschaling factor d

$y_5 = d(\frac{1}{2}(x-c-3)^2 + 4 + c) = \frac{1}{2}d(x-c-3)^2 + 4d + cd$

De top is (6, 14), dus $c + 3 = 6$ en $4d + cd = 14$.

$c + 3 = 6$ geeft $c = 3$, dus $4d + 3d = 14$

$7d = 14$

$d = 2$

Dus $c = 3$ en $d = 2$.

15 **a** $3\sqrt{2-3x} = 12$

$\sqrt{2-3x} = 4$

$2 - 3x = 16$

$-3x = 14$

$x = -4\frac{2}{3}$

Controle: $3\sqrt{2 - 3 \cdot -4\frac{2}{3}} = 12$ ofwel $3\sqrt{16} = 12$ en dit klopt, dus $x = -4\frac{2}{3}$ is een oplossing.

b $\frac{x-2}{x-1} = 3$

$x - 2 = 3(x-1)$

$x - 2 = 3x - 3$

$-2x = -1$

$x = \frac{1}{2}$

c $2x^3 + 15 = 69$

$2x^3 = 54$

$x^3 = 27$

$x = 3$

d $\frac{2x-1}{x+2} = 0$

$2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

e $2\sqrt{x-1} + 8 = 15$

$2\sqrt{x-1} = 7$

$\sqrt{x-1} = 3\frac{1}{2}$

$x - 1 = 12\frac{1}{4}$

$x = 13\frac{1}{4}$

Controle: $2\sqrt{13\frac{1}{4} - 1} + 8 = 15$ ofwel $2\sqrt{12\frac{1}{4}} + 8 = 15$ en dit klopt, dus $x = 13\frac{1}{4}$ is een oplossing.

f $\frac{4}{x} = \frac{12}{x+1}$

$4(x+1) = 12x$

$4x + 4 = 12x$

$-8x = -4$

$x = \frac{1}{2}$

g $11 - 4\sqrt{x} = 1$

$-4\sqrt{x} = -10$

$\sqrt{x} = 2\frac{1}{2}$

$x = 6\frac{1}{4}$

Controle: $11 - 4\sqrt{6\frac{1}{4}} = 1$ ofwel $11 - 4 \cdot 2\frac{1}{2} = 1$ en dit klopt, dus $x = 6\frac{1}{4}$ is een oplossing.

© Noordhoff Uitgevers bv

h $\dfrac{2x}{x-1} - 2 = 4$

$\dfrac{2x}{x-1} = 6$

$2x = 6(x-1)$

$2x = 6x - 6$

$-4x = -6$

$x = 1\frac{1}{2}$

16 **a** $5x^6 - 1 = 9$

$5x^6 = 10$

$x^6 = 2$

$x = \sqrt[6]{2} \vee x = -\sqrt[6]{2}$

$x \approx 1{,}12 \vee x \approx -1{,}12$

b $4x^{1{,}35} + 3 = 15$

$4x^{1{,}35} = 12$

$x^{1{,}35} = 3$

$x = 3^{\frac{1}{1{,}35}} \approx 2{,}27$

c $8x^3 + 34 = -6$

$8x^3 = -40$

$x^3 = -5$

$x = \sqrt[3]{-5}$

$x \approx -1{,}71$

d $6 \cdot \sqrt[5]{x^3} - 2 = 19$

$6 \cdot x^{\frac{3}{5}} = 21$

$x^{\frac{3}{5}} = 3{,}5$

$x = 3{,}5^{\frac{5}{3}} \approx 8{,}07$

e $0{,}1x^4 + 5 = 13$

$0{,}1x^4 = 8$

$x^4 = 80$

$x = \sqrt[4]{80} \vee x = -\sqrt[4]{80}$

$x \approx 2{,}99 \vee x \approx -2{,}99$

f $15 - 7x^{-1{,}6} = 2$

$-7x^{-1{,}6} = -13$

$x^{-1{,}6} = \dfrac{13}{7}$

$x = \left(\dfrac{13}{7}\right)^{\frac{1}{-1{,}6}} \approx 0{,}68$

Bladzijde 195

17 **a** $A = 0{,}4 \cdot \sqrt[5]{p-6}$

$0{,}4 \cdot \sqrt[5]{p-6} = A$

$\sqrt[5]{p-6} = 2{,}5A$

$p - 6 = (2{,}5A)^5$

$p = 97{,}65625A^5 + 6$

b $B = 16(q-5)^2$

$16(q-5)^2 = B$

$(q-5)^2 = \frac{1}{16}B$

$q - 5 = \sqrt{\frac{1}{16}B}$

$q - 5 = \frac{1}{4}\sqrt{B}$

$q = 5 + \frac{1}{4}\sqrt{B}$

c $C = 12{,}5(4D)^{-1{,}5}$

$12{,}5(4D)^{-1{,}5} = C$

$(4D)^{-1{,}5} = 0{,}08C$

$4D = (0{,}08C)^{\frac{1}{-1{,}5}}$

$D = \frac{1}{4} \cdot 0{,}08^{\frac{1}{-1{,}5}} \cdot C^{\frac{1}{-1{,}5}}$

$D \approx 1{,}35C^{-0{,}67}$

Dus $D = 1{,}35C^{-0{,}67}$.

d $y = 0{,}25\sqrt{6 - 0{,}4x}$

$0{,}25\sqrt{6 - 0{,}4x} = y$

$\sqrt{6 - 0{,}4x} = 4y$

$6 - 0{,}4x = 16y^2$

$-0{,}4x = 16y^2 - 6$

$x = -40y^2 + 15$

e $10 + \dfrac{6}{a} - \dfrac{5}{b-1} = \dfrac{10a(b-1)}{a(b-1)} + \dfrac{6(b-1)}{a(b-1)} - \dfrac{5a}{a(b-1)} = \dfrac{10ab - 10a + 6b - 6 - 5a}{a(b-1)} = \dfrac{10ab - 15a + 6b - 6}{a(b-1)}$

f $E = 20 + \dfrac{10x}{x + \dfrac{x^2}{y}} = 20 + \dfrac{10x}{x + \dfrac{x^2}{y}} \cdot \dfrac{y}{y} = 20 + \dfrac{10xy}{xy + x^2} = \dfrac{20(x^2 + xy) + 10xy}{x^2 + xy} = \dfrac{20x^2 + 20xy + 10xy}{x^2 + xy} = \dfrac{20x^2 + 30xy}{x^2 + xy}$

Dus $a = 20$ en $b = 30$.

© Noordhoff Uitgevers bv

g $F = \frac{2p^2 + 6}{p} - \frac{3}{2p} = \frac{2p^2}{p} + \frac{6}{p} - \frac{3}{2p} = 2p + \frac{12}{2p} - \frac{3}{2p} = 2p + \frac{9}{2p}$

Dus $a = 2$ en $b = 9$.

h $G = 25 - \frac{16}{z+1}$

$\frac{16}{z+1} = 25 - G$

$z + 1 = \frac{16}{25 - G}$

$z = -1 + \frac{16}{25 - G}$

$z = \frac{-25 + G + 16}{25 - G}$

$z = \frac{G - 9}{25 - G}$

Dus $a = -9$ en $b = 25$.

i $\frac{5p}{2p + q} = 10 + 3p$

$2p + q = \frac{5p}{10 + 3p}$

$q = -2p + \frac{5p}{10 + 3p}$

18 **a** $G = 65$ geeft $0{,}4d^3 = 65$

$d^3 = 162{,}5$

$d = \sqrt[3]{162{,}5}$

$d \approx 5{,}46$

Dus de diameter is 5,5 cm.

b Noem de kleinste diameter x, dan is de andere diameter $2x$.

$d = x$ geeft $G = 0{,}4x^3$

$d = 2x$ geeft $G = 0{,}4(2x)^3 = 0{,}4 \cdot 8x^3 = 8 \cdot 0{,}4x^3$

Dus het gewicht is 8 keer zo groot.

c Noem het kleinste gewicht y, dan is het andere gewicht $2y$.

$G = y$ geeft $0{,}4d^3 = y$

$d^3 = \frac{y}{0{,}4}$

$d = \sqrt[3]{\frac{y}{0{,}4}}$

$G = 2y$ geeft $0{,}4d^3 = 2y$

$d^3 = 2 \cdot \frac{y}{0{,}4}$

$d = \sqrt[3]{2 \cdot \frac{y}{0{,}4}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{0{,}4}}$

Dus de diameter is $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}26$ keer zo groot.

opmerking

Het is niet voldoende als getallenvoorbeelden worden genomen bij b en c.

19 **a** $W = ad^4$

$d = 5$ en $W = 13{,}5$ geeft $a \cdot 5^4 = 13{,}5$

$625a = 13{,}5$

$a = 0{,}0216$

b $W = 0{,}02d^4$

$d = 8$ geeft $W = 0{,}02 \cdot 8^4 = 81{,}92$

Dus er stroomt 81,92 liter per seconde door de buis, dat is $81{,}92 \cdot 60 \approx 4915$ liter per minuut.

© Noordhoff Uitgevers bv

c In een uur 16 650 liter, dus per seconde $\frac{16650}{3600} = 4,625$ liter.

$W = 4,625$ geeft $0,02d^4 = 4,625$

$d^4 = 231,25$

$d = \sqrt[4]{231,25}$ (de negatieve waarde van d voldoet niet)

$d \approx 3,9$

De diameter is ongeveer 3,9 cm.

Bladzijde 196

20 **a** $G = 40$ geeft $H = 12 \cdot 40^{0,67} = 142,08...$

Dus $I = \frac{130}{142,08...} \approx 0,91$.

b $G = 70$ geeft $H = 12 \cdot 70^{0,67} = 206,72...$

Dus $I = \frac{1650}{206,72...} \approx 8,0$.

c Er geldt $\frac{1050}{H} = 1,04$, dus $H = \frac{1050}{1,04} \approx 1010$.

Los op $12 \cdot G^{0,67} = 1010$

$G^{0,67} \approx 84$

$G \approx 84^{\frac{1}{0,67}} \approx 747$

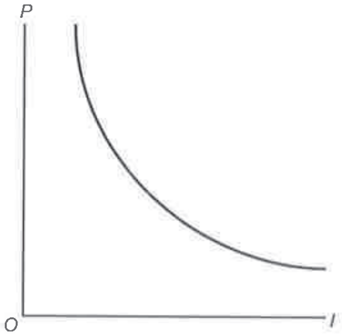
Dus 747 kg.

21 **a** $P = 800 \cdot l^{-2,25} = 800 \cdot \frac{1}{l^{2,25}} = \frac{800}{l^{2,25}}$

Als l groter wordt, dan wordt de noemer van de breuk groter en dan wordt P kleiner.
Dat wil zeggen dat er minder organismen per km^2 leven ofwel dat de organismen gemiddeld verder van elkaar leven.

Alternatieve uitwerking

Voer in $y_1 = 800x^{-2,25}$.



Dus de bewering klopt.

b $P = 1350$ geeft $800 \cdot l^{-2,25} = 1350$

$l^{-2,25} = \frac{1350}{800}$

$l = \left(\frac{1350}{800}\right)^{\frac{1}{-2,25}}$

$l \approx 0,79$

De lengte is dus 79 cm.

c $l = 2,15$ geeft $P = 800 \cdot 2,15^{-2,25} \approx 143$

In het gebied van 250 km^2 geeft dit $250 \cdot 143 = 35\,750$.

Er leven dus 35 750 kariboes in dit gebied.

© Noordhoff Uitgevers bv

d 160 000 exemplaren per 5 km^2 geeft $P = \frac{160\,000}{5} = 32\,000$.

Hieruit volgt $800 \cdot l^{-2,25} = 32\,000$

$l^{-2,25} = 40$

$l = 40^{\frac{1}{-2,25}}$

$l \approx 0,194$

De gemiddelde lengte is dus ongeveer 19 cm.

Bladzijde 197

22 **a** $l = 8,6$ geeft $v = 4,8\sqrt{8,6} \approx 14,08$ km/uur

$l = 5,8$ geeft $v = 4,8\sqrt{5,8} \approx 11,56$ km/uur

Dat is dus $\frac{14,08 - 11,56}{11,56} \times 100\% \approx 21,8\%$ meer.

b Bij schip II is $v = 4,8\sqrt{l_{II}}$, dus bij schip I is $v = 4,8\sqrt{2l_{II}} = 4,8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{l_{II}}$.

De rompsnelheid bij schip I is $\sqrt{2} \approx 1,4$ keer zo groot als bij schip II.

c $4,8\sqrt{l} = 24$

$\sqrt{l} = 5$

$l = 25$

De lengte van de waterlijn is 25 meter.

d $4,8\sqrt{l} = 10$ $\quad$ $4,8\sqrt{l} = 20$

$\sqrt{l} = \frac{10}{4,8}$ $\quad$ $\sqrt{l} = \frac{20}{4,8}$

$l \approx 4,3$ $\quad$ $l \approx 17,4$

De waterlijn heeft een lengte tussen 4,3 en 17,4 meter.

7 Kansrekening

23 **a** $P(\text{geen 15-jarigen}) = \dfrac{\binom{36+12+8}{4}}{\binom{20+36+12+8}{4}} = \dfrac{\binom{56}{4}}{\binom{76}{4}} \approx 0,286$

b $P(\text{twee 15-jarigen}) = \dfrac{\binom{20}{2} \cdot \binom{56}{2}}{\binom{76}{4}} \approx 0,228$

c $P(\text{drie dezelfde leeftijden}) =$

$P(\text{drie 15-jarigen}) + P(\text{drie 16-jarigen}) + P(\text{drie 17-jarigen}) + P(\text{drie 18-jarigen}) =$

$$\frac{\binom{20}{3} \cdot \binom{56}{1}}{\binom{76}{4}} + \frac{\binom{36}{3} \cdot \binom{20+12+8}{1}}{\binom{76}{4}} + \frac{\binom{12}{3} \cdot \binom{20+36+8}{1}}{\binom{76}{4}} + \frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{20+36+12}{1}}{\binom{76}{4}} =$$

$$\frac{\binom{20}{3} \cdot 56 + \binom{36}{3} \cdot 40 + \binom{12}{3} \cdot 64 + \binom{8}{3} \cdot 68}{\binom{76}{4}} \approx 0,286$$

d $P(\text{hoogstens 3 van 15 of 16 jaar}) = 1 - P(4) = 1 - \dfrac{\binom{20+36}{4}}{\binom{76}{4}} = 1 - \dfrac{\binom{56}{4}}{\binom{76}{4}} \approx 0,714$

© Noordhoff Uitgevers bv